

ЗАВДАННЯ №27 (СЕСІЯ 2):

Розв'яжіть систему $\begin{cases} y + x = 3, \\ x^2 + 4 = 8y. \end{cases}$

Якщо пара $(x_0; y_0)$ є єдиним розв'язком цієї системи рівнянь, то запишіть у відповідь добуток $x_0 \cdot y_0$. Якщо пари $(x_1; y_1)$ та $(x_2; y_2)$ є розв'язками цієї системи рівнянь, то запишіть у відповідь найменший із добутків $x_1 \cdot y_1$ та $x_2 \cdot y_2$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ:

Як і в попередньому завданні, застосуємо метод підстановки: $y = 3 - x$ (виразили з першого рівняння) та $x^2 + 4 = 8(3 - x)$ (підставили це у друге рівняння). Отримаємо: $x^2 + 4 = 24 - 8x$, $x^2 + 8x - 20 = 0$, а $x_1 = -10$, $x_2 = 2$. Повертаємося до підстановки і знаходимо відповідні значення y : $y_1 = 3 - (-10) = 13$; $y_2 = 3 - 2 = 1$. Знаходимо добуток: $x_1 \cdot y_1 = (-10) \cdot 13 = -130$ та $x_2 \cdot y_2 = 2 \cdot 1 = 2$. У відповідь необхідно записати найменший із добутків $x_1 \cdot y_1$ та $x_2 \cdot y_2$. Відповідь: -130 .

ПРАВИЛЬНА ВІДПОВІДЬ: -130

ЗАВДАННЯ №11 (СЕСІЯ 1):

У залі кінотеатру 18 рядів. У першому ряду знаходяться 7 місць, а в кожному наступному ряду на 2 місця більше, ніж у попередньому. Скільки всього місць у цьому залі?

А	Б	В	Г	Д
432	438	369	450	864

РОЗВ'ЯЗАННЯ:

Для початку нагадаємо інформацію про арифметичну та геометричну прогресії, яка допоможе нам у вирішенні цього та подібних завдань. Отже: **Арифметична прогресія** – це послідовність дійсних чисел виду $a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots, a_1 + (n-1)d$, де a_1 – це перший член прогресії, d – це фіксована різниця між попереднім та наступним. Приклад арифметичної прогресії: 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20 ... , де $a_1 = 2$, а $d = 3$. n -ий член арифметичної прогресії можна вирахувати за такою формулою: $a_n = a_1 + (n-1)d \quad \forall n \geq 1$. Суму n перших членів арифметичної прогресії обчислюємо так:

$$S_n = \sum_{i=1}^n a_i = \frac{a_1 + a_n}{2} n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n$$

А суму n послідовних членів арифметичної прогресії, починаючи з члена k : $S_n = \frac{a_k + a_{k+n-1}}{2} n$

Геометрична прогресія – послідовність чисел, перший член якої не дорівнює нулю, а відношення будь-якого елемента послідовності до попереднього є сталим числом (це знаменник прогресії). Наприклад: 3, 6, 12, 24, 48 ... Якщо модуль знаменника прогресії більше одиниці – прогресія зростаюча, якщо ж менше одиниці – спадна.

Нехай перший член прогресії буде b_1 , а знаменник прогресії – q . Тоді другий член $b_2 = b_1 \cdot q$, третій – $b_3 = b_2 \cdot q = b_1 \cdot q^2$, четвертий – $b_4 = b_3 \cdot q = b_1 \cdot q^3$ і т.д.

Отже, знайти n -ий член прогресії можна так: $b_n = b_1 q^{n-1}$.

А суму n перших членів: $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, q \neq 1$.

Якщо ж $|q| < 1$, то сума всіх членів геометричної прогресії обчислюється за формулою: $S_n = \frac{b_1}{1-q}$

Нашу ж задачу можна розв'язати двома способами.

1 спосіб. Застосуємо прості поступові обчислення:

1-й ряд – 7 місць; 2-й ряд – 9 місць; 3-й ряд – 11 місць;
4-й ряд – 13 місць; 5-й ряд – 15 місць; 6-й ряд – 17 місць;
7-й ряд – 19 місць; 8-й ряд – 21 місце; 9-й ряд – 23 місця;
10-й ряд – 25 місць; 11-й ряд – 27 місць; 12-й ряд – 29 місць;
13-й ряд – 31 місце; 14-й ряд – 33 місця; 15-й ряд – 35 місць;
16-й ряд – 37 місць; 17-й ряд – 39 місць; 18-й ряд – 41 ряд.
Знаходимо кількість всіх місць: $7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31+33+35+37+39+41=432$ місця.

2 спосіб. Математична залежність, яка демонструється в даній задачі, є арифметичною прогресією з $a_1 = 7$, $d = 2$ та $n = 18$. Необхідно знайти S_{18} . Отримаємо:

$$S_{18} = \frac{2 \cdot 7 + (18-1) \cdot 2}{2} \cdot 18 = 432$$

ПРАВИЛЬНА ВІДПОВІДЬ: А

ЗАВДАННЯ № 11 (СЕСІЯ 2):

У магазині побутової техніки діє акція: на першу велику покупку (вартість перевищує 1000 грн) надається знижка 30 грн, на кожну наступну велику покупку попередня знижка збільшується на 25 грн. На яку за рахунком велику покупку отримає в цьому магазині покупець знижку 180 грн?

А	Б	В	Г	Д
четверту	п'яту	шосту	сьому	восьму

РОЗВ'ЯЗАННЯ:

Цю задачу, як і попередню, також можна розв'язати двома способами.

1 спосіб. Наприклад, це можна зробити звичайним перебором:

перша покупка – 30 грн; друга – 55 грн; третя – 80 грн; четверта – 105 грн; п'ята – 130 грн; шоста – 155 грн; сьома – 180 грн.

2 спосіб. З математичної точки зору, зміна розміру знижки відбувається за законом арифметичної прогресії. В даній задачі $a_1 = 30$; $d = 25$; $a_n = 180$. Необхідно знайти n . Використавши формулу $a_n = a_1 + (n-1)d \quad \forall n \geq 1$, отримаємо: $180 = 30 + (n-1) \cdot 25$. $180 = 30 + 25n - 25$, отже $25n = 175$, а $n = 7$.

ПРАВИЛЬНА ВІДПОВІДЬ: Г

ЗАВДАННЯ №14 (СЕСІЯ 1):

3 міст А і В, відстань між якими по шосе становить 340 км, одночасно назустріч один одному виїхали автобус і маршрутне таксі зі сталими швидкостями 65 км/год і 80 км/год відповідно. Автобус і маршрутне таксі рухаються без зупинок і ще не зустрілися. За якою формулою можна обчислити відстань S (у км) між автобусом і маршрутним таксі по шосе через t годин після початку руху?

А	Б	В	Г	Д
$S = 340 - 15t$	$S = 340 + 145t$	$S = 15t - 340$	$S = 145t - 340$	$S = 340 - 145t$

РОЗВ'ЯЗАННЯ:

Спочатку нагадаємо правила обчислення швидкостей при розв'язуванні задач на рух:

1. Зустрічний рух. Швидкість зближення при зустрічному русі дорівнює сумі швидкостей, що зближуються. $V_3 = V_1 + V_2$, $t_3 = S: (V_1 + V_2)$

2. Рух навздогін. Швидкість зближення при русі навздогін дорівнює різниці швидкостей тіл, що рухаються.

Рух навздогін можливий за умови, якщо тіло з більшою швидкістю наздоганяє тіло з меншою швидкістю. $V_3 = V_1 - V_2$, $t_3 = S: (V_1 - V_2)$, ($V_1 > V_2$)

3. Рух у протилежних напрямках. Якщо тіла рухаються у протилежних напрямках, то швидкість віддалення дорівнює сумі швидкостей тіл, що рухаються.

Зустріч не відбувається. $V_B = V_1 + V_2$

4. Рух із відставанням. Рух із відставанням можливий у випадку, коли попереду йде тіло з більшою швидкістю, а за ним – тіло з меншою. Зустріч у цьому випадку ніколи не відбудеться. Швидкість віддалення дорівнює різниці більшої та меншої швидкостей. $V_B = V_1 - V_2$, ($V_1 > V_2$)

В даній задачі рух відбувається назустріч, тому швидкість зближення дорівнює сумі швидкостей автобуса та маршрутного таксі: $65+80=145$. Зрозуміло, що загальна відстань між даними об'єктами зменшується на пройденою ними разом відстань за проміжок часу t : $145t$ ($S = v \cdot t$). Тому: $S = 340 - 145t$.

ПРАВИЛЬНА ВІДПОВІДЬ: Д

ЗАВДАННЯ №13 (СЕСІЯ 2):

Порожній басейн, що вміщує x м³ води, повністю заповнюють водою за 5 годин (швидкість заповнення є сталою). За якою формулою можна обчислити кількість води V (у м³) у басейні через 2 години після початку його заповнення, якщо басейн був порожній і швидкість заповнення не змінювалась?

А	Б	В	Г	Д
$V = \frac{5}{2x}$	$V = 2x \cdot 5$	$V = \frac{2}{5x}$	$V = \frac{2x}{5}$	$V = \frac{5x}{2}$

РОЗВ'ЯЗАННЯ:

Оскільки весь басейн заповнюється за 5 годин, то швидкість наповнення за одну годину буде дорівнювати: $\frac{x}{5}$ м³/год. Тоді кількість води V у басейні через 2 години після початку його заповнення знаходимо за формулою: $\frac{x}{5} \cdot 2 = \frac{2x}{5}$ м³.

ПРАВИЛЬНА ВІДПОВІДЬ: Г

**ЧИТАЙ В СЛЕДУЮЧЕМ
ВЫПУСКЕ СПЕЦПРОЕКТА:**

22 января мы разберем следующую часть сложных вопросов по истории Украины, а также текст об Олимпийских играх по английскому языку

2.4494897

